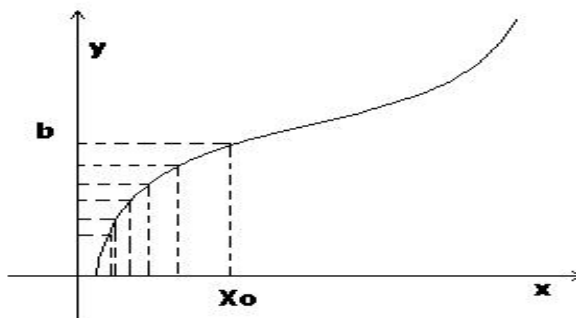


# V. Limity funkcií a spojitost' funkcií

## 1. Limita funkcie

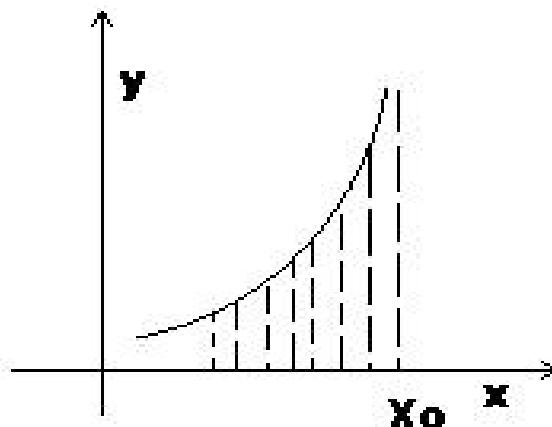
**Def:** (Heineho): Nech funkcia  $f$  je definovaná pre všetky  $x \neq x_0$  z niektorého okolia bodu  $x_0 \in U(x_0)$ . Hovoríme, že číslo  $b$  je limitou funkcie  $f$  v čísle  $x_0$ , ak postupnosť  $\{f(x_n)\}$  konverguje k číslu  $b$  pre každú takú postupnosť  $\{x_n\}$  (čísel z  $D(f)$ ,  $x_n \neq x_0$ ), ktorá konverguje k číslu  $x_0$ .

Zapisujeme:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b$



**Def:** Hovoríme, že  $\infty$  ( $-\infty$ ) je nevlastnou limitou funkcie  $f$  v čísle  $x_0$ , ak postupnosť  $\{f(x_n)\} \rightarrow \pm\infty$  pre každú takú postupnosť  $\{x_n\}$  (čísel z  $D(f)$ ,  $x_n \neq x_0$ ), ktorá konverguje k číslu  $x_0$ .

Zapisujeme:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$



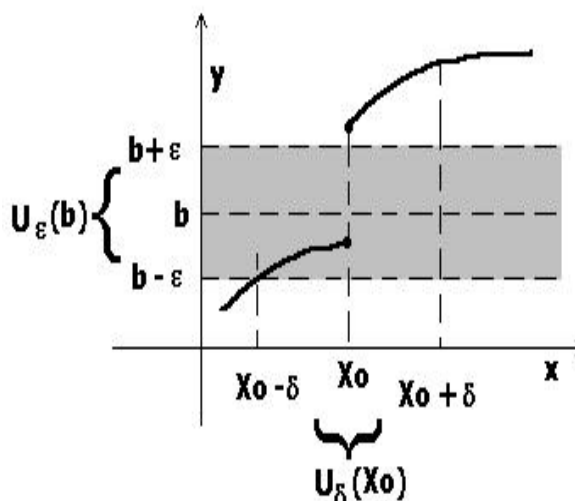
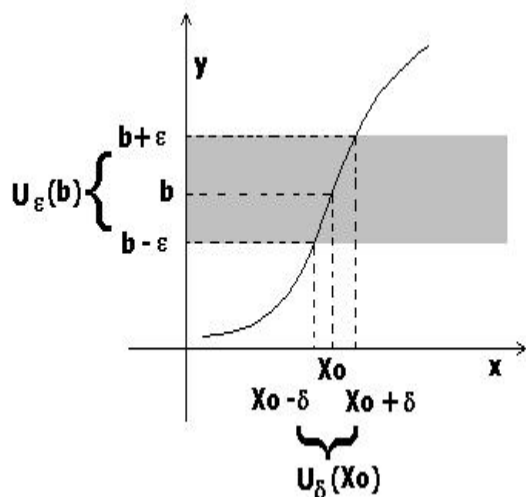
Možno dokázať, že Heineho definícia limity funkcie je ekvivalentná Cauchyho definícii limity funkcie:

**Def.** (Cauchyho): Nech  $f$  je definovaná pre všetky  $x_n \neq x_0$  z niektorého okolia bodu  $x_0 \in U(x_0)$ .

Hovoríme, že funkcia  $f$  má v bode  $x_0$  limitu  $b$ , ak ku každému okoliu  $U_\varepsilon(b)$  existuje také okolie  $U_\delta(x_0)$ , že pre každé  $x \in U_\delta(x_0)$ ,  $x \neq x_0$  je  $f(x) \in U_\varepsilon(b)$ .

Podmienku môžeme zapísať:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0: 0 < (x - x_0) < \delta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon.$$

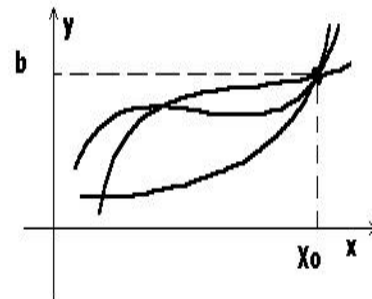


Veta V1: Funkcia  $f$  môže mať v bode  $x_0$  najviac jednu limitu.

Veta V2: (Veta o zovretí) Ak :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f_1(x) = b, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f_2(x) = b,$$

a ak existuje také okolie  $U(x_0)$ , že  $\forall x \in U(x_0), x \neq x_0$ , je  $f_1(x) \leq f(x) \leq f_2(x)$ , tak  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = b$ ,



Veta V3: Ak  $\lim_{x \rightarrow x_0} f_1(x) = b_1, \lim_{x \rightarrow x_0} f_2(x) = b_2$ , potom

a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f_1(x) + f_2(x)) = b_1 + b_2$ ,

b)  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f_1(x) \cdot f_2(x)) = b_1 \cdot b_2$ ,

c) ak  $b_2 \neq 0$ , tak  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \frac{b_1}{b_2}$ ,

Veta V4:

a) Ak  $\lim_{x \rightarrow x_0} f_1(x) = b > 0, \lim_{x \rightarrow x_0} f_2(x) = 0$

a pre  $\forall x \in U(x_0), x \neq x_0$ , je  $f_2(x) > 0$  ( $f_2(x) < 0$ ),  
potom

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \infty \quad \left( \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = -\infty \right)$$

špeciálne pre  $f_1(x) = 1$  je

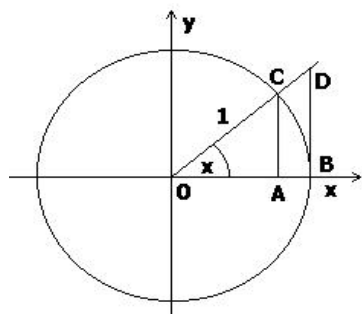
$$\left( \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f_2(x)} = \infty \right) \quad \left( \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f_2(x)} = -\infty \right)$$

b) Ak je funkcia  $f_1$  v istom  $U(x_0)$ , ohraničená a  $\lim_{x \rightarrow x_0} f_2(x) = \infty$ , potom:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f_1(x) + f_2(x)) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = 0.$$

Veta V5:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$

Dôkaz:



Majme jednotkovú kružnicu.

Iste platí  $\text{Obsah } \triangle OAC < \text{Obsah } \triangle OBC < \text{Obsah } \triangle OBD$

Pre obsah  $\triangle OAC$  platí  $P_{\Delta} = \frac{OA \cdot AC}{2} = \frac{\cos x \cdot \sin x}{2}$

Pre obsah  $\triangle OBC$  kruhového výseku :

$$P_{\Delta} = \frac{\pi^2}{360} \cdot x = \frac{\pi^2}{2\pi} \cdot x = \frac{x}{2}$$

Pre obsah  $\triangle OBD$   $P_{\Delta} = \frac{OB \cdot BD}{2} = \frac{1 \cdot BD}{2} = \frac{BD}{2}$  z definície funkcie  $\text{tg}(x)$  vyplýva  $P_{\Delta} = \frac{\text{tg}x}{2}$

$$\frac{\sin x \cdot \cos x}{2} < \frac{x}{2} < \frac{\text{tg} x}{2} \quad \Bigg/ \quad \frac{2}{\sin x}$$

Potom :

$$\cos x < \frac{x}{\sin x} < \frac{1}{\cos x}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \cos x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{\cos x} = 1$$

Stačí upraviť  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin x}{x} = \frac{1}{\frac{x}{\sin x}} = \frac{1}{1} = 1$

Veta V6:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$

Dôkaz: Položme  $x=2z$

Ak  $x \rightarrow 0$ , potom aj  $z \rightarrow 0$ , a teda

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\cos 2z - 1}{2z} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\cos^2 z - \sin^2 z - 1}{2z} =$$

$$= - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 z + \sin^2 z}{2z} = - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin^2 z}{2z} = - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin z}{z}$$

$$0 \quad z \rightarrow 0 \quad z \quad \lim (\sin z) = -1 \cdot 0 =$$

Veta V7: 
$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

Dôkaz:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2 (1 + \cos x)} = \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 (1 + \cos x)} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Veta V8: 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{z \rightarrow 0} (1 + z)^{1/z} = e$$

Dôkaz: Pri limitách postupnosti typu  $1^\infty$  sme ukázali, že  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + z)^{1/z} = \left| z = \frac{1}{x} \text{ ak } z \rightarrow 0 \Rightarrow x \rightarrow \infty \right| = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

Veta V9: 
$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\ln(1+z)}{z} = 1$$

Dôkaz: 
$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\ln(1+z)}{z} = \lim_{z \rightarrow 0} \left( \frac{1}{z} \ln(1+z) \right) =$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \ln(1+z)^{1/z} = \ln \lim_{z \rightarrow 0} (1+z)^{1/z} = \ln e = 1$$

Veta V10: 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$$

## 2. Výpočet limit funkcie

Limity typu  $\infty$ ,  $\infty - \infty$ ,  $1^\infty$  počítame analogicky ako pri postupnostiach.

Ak máme vypočítať limitu

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x^2 + x + 1} = \frac{4}{5} \text{ funkčná hod.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = \infty \text{ podľa Vety V4 a}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+2}{\operatorname{tg} x} = 0 \quad \text{podľa Vety V4}$$

Typ limity  $\frac{0}{0}$

A: Ak v čitateli aj v menovateli funkcie je polynóm

$f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_n(x)}$  potom vydělíme čitateľ aj

menovateľ polynómom  $x-x_0$  ( $x_0$  je číslo, v ktorom počítame limitu).

$$\text{Pr. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{1x^2 - 7x + 6} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-6)(x-1)} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{Pr. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 + x - 6} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2(x-2) + x - 2}{(x+3)(x-2)} = \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2+1)}{(x-2)(x+3)} &= \frac{5}{5} = 1 \end{aligned}$$

B: Ak funkcia obsahuje odmocniny, násobíme vhodnou jednotkou, aby sme ich odstránili a previedli na prípad A:

$$\text{Pr. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(3x+1)-1}}{x} \cdot \frac{\sqrt{(3x+1)+1}}{\sqrt{(3x+1)+1}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{(3x+1)+1}} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{(x^2+7)-\sqrt{(7-3x)}}}{\sqrt{(x+3)-\sqrt{x^2-9}}} \cdot \frac{\sqrt{(x^2+7)+\sqrt{(7-3x)}}}{\sqrt{(x+3)+\sqrt{x^2-9}}} \cdot \frac{\sqrt{(x+3)-\sqrt{(x^2-9)}}}{\sqrt{(x+3)+\sqrt{x^2-9}}} =$$

$$\begin{aligned} \text{Pr. } &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x}{-x^2 + x + 12} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+3)}{(x+3)(4-x)} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

C: Využijeme Vety V5 - V10

$$\text{Pr. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{2 \sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 9x}{9x} \cdot 9x}{2 \frac{\sin 5x}{5x} \cdot 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x}{10x} = \frac{9}{10}$$

Pr.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{(x+1)}-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x (\sqrt{(x+1)}+1)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{2x} (\sqrt{(x+1)}+1) = 4$$

Pr.:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(1+tgx)}-\sqrt{(1-tgx)}}{\sin x} \cdot \frac{\sqrt{(1+tgx)}+\sqrt{(1-tgx)}}{\sqrt{(1+tgx)}+\sqrt{(1-tgx)}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2tgx}{\sin x (\sqrt{(1+tgx)}+\sqrt{(1-tgx)})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\frac{\cos x}{\sqrt{(1+tgx)}+\sqrt{(1-tgx)}}} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}$$

Pr.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x}{x \cdot \sin 5x} &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1 - \cos x + \cos x - \cos x \cdot \cos 2x}{x \cdot \sin 5x} = \\ \text{VETA 3} &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \sin 5x} + \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\cos x (1 - \cos 2x)}{x \cdot \sin 5x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\frac{1 - \cos x}{x^2} \cdot x^2}{5x^2 \cdot \frac{\sin 5x}{5x}} + \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\cos x \frac{1 - \cos 2x}{4x^2} \cdot 4x^2}{5x^2 \cdot \frac{\sin 5x}{5x}} = \frac{1}{10} + \frac{4}{5} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

$$\text{Pr.: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x)}{\sin 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\ln(1+10x)}{10x} \cdot 10x}{2x \cdot \frac{\sin 2x}{2x}} = 5$$

$$\text{Pr.: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{\sin x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\frac{2^{\sin x} - 1}{\sin x} \cdot \sin x}{x} = \ln 2$$

$$\text{Pr. : } \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1 \cdot x^2}{x - e} = |x - e = t \quad t \rightarrow 0| = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(t + e) - \ln e \cdot x^2}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1 + \frac{t}{e}\right)}{\frac{t}{e}} = e^{-1}$$

$$\text{Pr. : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} = |x - 1 = t \quad t \rightarrow 0| = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{t+1} - e}{t} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e \cdot (e^t - 1)}{t} = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \sqrt{\cos 2x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot (1 - \sqrt{\cos 2x})}{x^2} \cdot \frac{1 + \sqrt{\cos 2x}}{1 + \sqrt{\cos 2x}} =$$

Pr. :

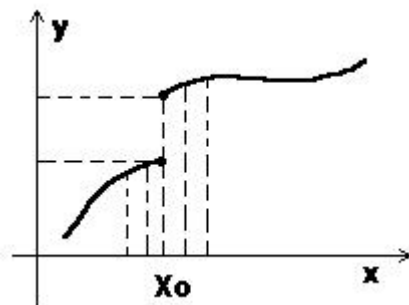
$$= \frac{1}{2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot (1 - \cos 2x)}{x^2 + (1 + \sqrt{\cos 2x})} = \frac{1}{2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot \frac{1 - \cos 2x}{4x^2} \cdot 4x^2}{x^2 + (1 + \sqrt{\cos 2x})} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$$

### 3. Jednostranné limity funkcií, asymptoty grafu funkcie

Okrem pojmu limita funkcie v bode  $x_0$  sa zavádzajú pojmy limita zľava a limita sprava.

**Def.:** Nech  $f$  je definovaná pre každé  $x \neq x_0$  z niektorého pravého (ľavého) okolia bodu  $x_0$ . Hovoríme, že funkcia  $f$  má v bode  $x_0$  limitu sprava (zľava) rovnajúcu sa  $b$ , ak postupnosť  $\{f(x_n)\}$  konverguje k číslu  $b$  pre každú takú postupnosť  $\{x_n\}$ ,  $x_n \in D(f)$ ,  $x_n > x_0$ , ( $x_n < x_0$ ), ktorá konverguje k číslu  $x_0$ .

Zapisujeme:



$$\lim_{x \rightarrow x^+} f(x) = b \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow x^-} f(x) = b$$

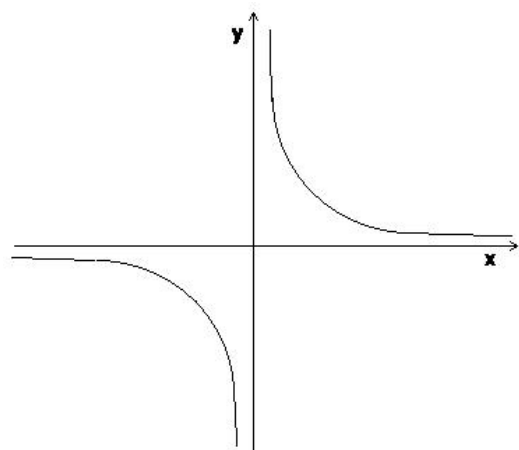
$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = b_1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = b_2$$

**Veta V11:**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  existuje len vtedy a len vtedy, keď existujú limity  $\lim_{x \rightarrow x^+} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow x^-} f(x)$  a rovnajú sa.

Potom platí:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$

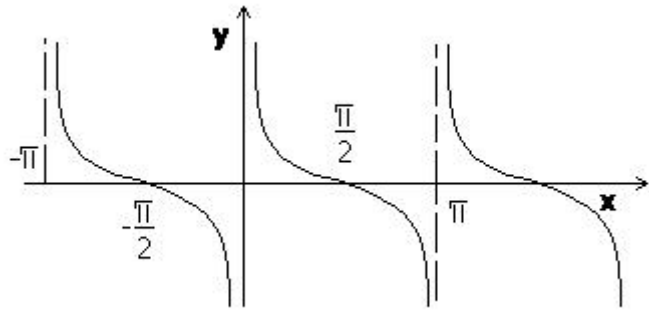
Pr.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$



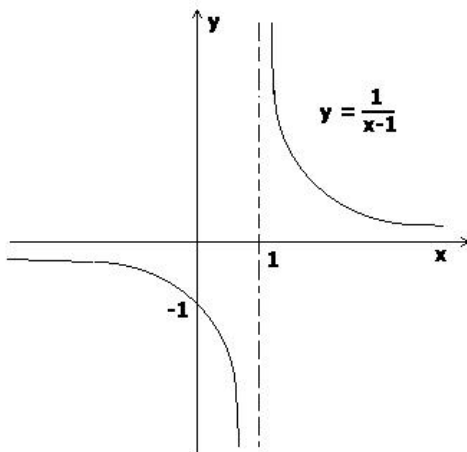
Pr.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \cotg x = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \cotg x = -\infty$



Z predchádzajúcej vety vyplýva, že ak niektorá z jednostranných limít neexistuje, alebo existujú obidve, ale sú rôzne, tak  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  neexistuje.

Pri skúmaní priebehu funkcie je dôležité zistiť, ako sa graf funkcie správa, ak sa jeho body vzdávajú do nekonečna. Často sa stáva, že sa body grafu približujú k bodom akejsi priamky - voláme ju **asymptota**.



$y = 0$  a  $x = 1$  sú asymptoty.

Poznáme asymptotu bez smernice a asymptotu so smernicou. Asymptota bez smernice ku grafu funkcie  $y=f(x)$  nazývame priamku  $x_n = x_0$ , ak funkcia  $f(x)$  má v bode  $x_0$  aspoň jednu jednostrannú limitu nevlastnú.

Asymptotou so smernicou ku grafu funkcie  $y=kx+q$ , kde:

$$k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, q = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - kx).$$

Ak aspoň jedna z limít je nevlastná, hovoríme, že asymptota so smernicou neexistuje.

Pr. Nájdiť asymptoty grafu funkcie :  $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$

ABS môže byť v bode  $x = -2$

Vypočítame jednostranné limity:

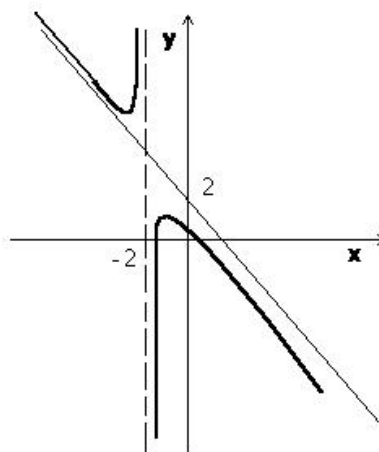
$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3 - x^2}{x + 2} = +\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3 - x^2}{x + 2} = -\infty \quad x = -2 \text{ ABS}$$

$$\text{ASS} \quad k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - x^2}{x^2 + 2x} = -1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3 - x^2}{x + 2} + x \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - x^2 + x^2 + 2x}{x + 2} = 2$$

$$y = -x + 2$$



Pr. Nájdiť asymptoty grafu funkcie:  $y = x - 2 \operatorname{arctg} x$

ABS: neexistujú

$$y = kx + q ;$$

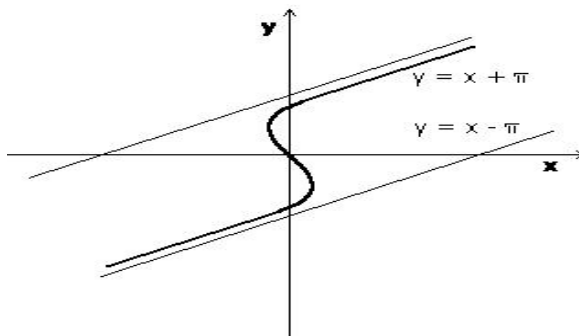
$$\text{ASS} \quad k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2 \operatorname{arctg} x}{x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2 \operatorname{arctg} x - x) = -2 \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x =$$

$$= -2 \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{x} = -2 \cdot 2 = -\pi \quad \text{a taktiež} \quad = -2 \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} \frac{-\pi}{x} = -2 \cdot \frac{-\pi}{2} = \pi$$

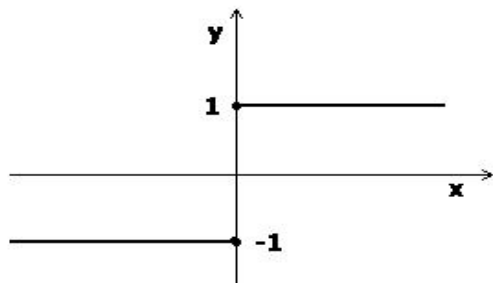
$$y = x - \pi \text{ pre } x \rightarrow +\infty$$

$$y = x + \pi \text{ pre } x \rightarrow -\infty$$



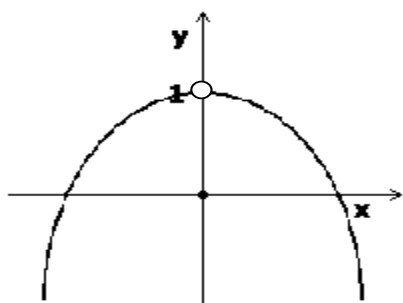
## 4.Spojitosť funkcie

Uvažujme nasledujúce funkcie:



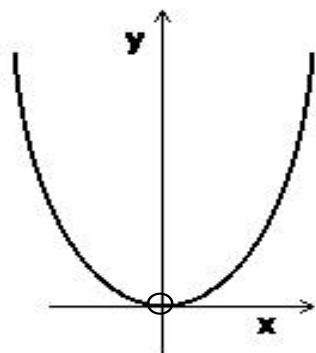
$$y = -1 \text{ pre } x \leq 0$$
$$y = 1 \text{ pre } x > 0$$

Funkcia má limitu sprava i zľava,  
ale nerovnajú sa.



$$f(x) = 1-x^2 \text{ pre } x \in \mathbb{R}/\{0\}$$
$$f(x) = 0 \text{ pre } x = 0$$

Jednostranné limity existujú, rovnajú sa, ale hodnota  
funkcie  $f(0) = 0$



$$f(x) = x^2 \text{ pre } x \in \mathbb{R}$$

Existujú jednostranné limity v bode  $x_0=0$ , ale funkcia tam  
nie je definovaná.

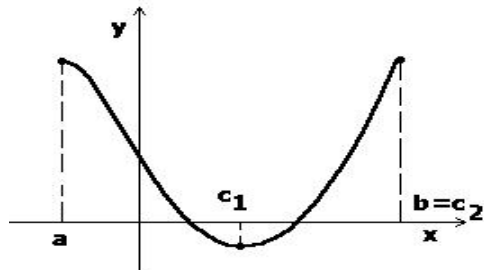
V týchto prípadoch graf funkcie  $f$  v okolí bodu  $x_0=0$  nie je súvislá (spojitá) krivka, je prerušený (nie spojitý).

**Def.:** Hovoríme, že funkcia  $f$  je v bode  $x_0$  spojitá, ak  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .

- To znamená:
1. funkcia je v bode  $x_0$  definovaná
  2. funkcia má v bode  $x_0$  limitu (rovnajúce sa jednostranné limity)
  3. limita sa rovná hodnote funkcie v bode  $x_0$

Uvedieme niektoré vlastnosti spojitych funkcií.

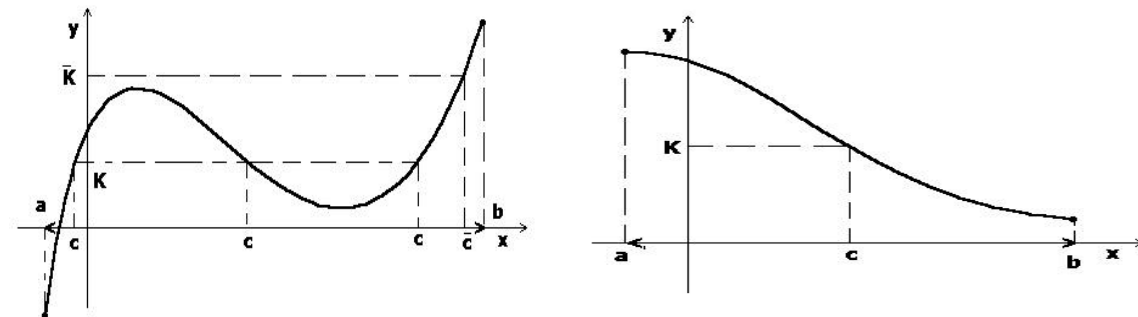
Veta VI2:(Weierstrassova): Ak je funkcia  $f$  spojita na uzavretom intervale  $\langle a, b \rangle$ , existuje aspoň jeden bod  $c_1 \in \langle a, b \rangle$  taký, že  $\forall x \in \langle a, b \rangle$  je  $f(c_1) \leq f(x)$  a aspoň jeden bod  $c_2 \in \langle a, b \rangle$  taký, že  $\forall x \in \langle a, b \rangle$  je  $f(x) \leq f(c_2)$ .



t.j.  $H(f) = \{f(x), x \in \langle a, b \rangle\}$  má maximum a minimum  
Priamym dôsledkom je nasledujúca veta.

Veta VI3: Ak funkcia  $f$  je spojita na  $\langle a, b \rangle$ , potom je na tomto intervale trvale ohraničená. t.j. zhora je ohraničená  $f(c_2)$  a zdola je ohraničená  $f(c_1)$

Veta VI4: Nech funkcia  $f$  spojita na  $\langle a, b \rangle$  a nech  $f(a) \neq f(b)$ . potom ku každému číslu  $K \in \langle f(a), f(b) \rangle$ , resp.  $K \in \langle f(b), f(a) \rangle$  existuje aspoň jeden taký bod  $c \in (a, b)$ , že  $f(c) = K$ .



Veta VI5: Ak funkcia  $f$  je spojita na  $\langle a, b \rangle$  a  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , potom existuje aspoň jeden bod  $c \in (a, b)$ , taký že  $f(c) = 0$ .

